Dvojný a trojný integrál – výpočet metodou substituce

1. $\iint\limits_{\omega} dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ x^2+y^2 \le a^2 \}$, $a>0$;

2. $\iint\limits_{\omega} (x^2+y^2)\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ x^2+y^2 \le a^2 \}$, $a>0$;

3. $\iint\limits_{\omega} (x^2+y^2)\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ x^2-2xr+y^2 \le 0,\ r>0 \}$

4. $\iint\limits_{\omega} x\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ x^2+y^2 \le 1 \wedge x \ge 0 \}$

5. $\iint\limits_{\omega} \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ x^2+y^2 \le ax \}$, $a>0$

6. $\iint\limits_{\omega} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ 1 \le x^2+y^2 \le 9,\ \frac{x}{\sqrt{3}} \le y \le \sqrt{3}x \}$

7. $\iint \sqrt{\frac{1-x^2-y^2}{1+x^2+y^2}}\,dx\,dy$, kde ω je kruh o středu v počátku a poloměru $R=1$.

8. Spočtěte obsah rovinné oblasti ω, která je ohraničená kružnicemi $x^2+y^2=4x$, $x^2+y^2=8x$ a přímkami $y=x$ a $y=2x$.

9. $\iint\limits_{\omega} dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} \le 1 \}$ $(a>0, b>0)$

10. $\iint\limits_{\omega} (x^2+y^2)\,dx\,dy$, kde $\omega = \{ [x,y] ;\ 1 \le x^2+y^2 \le 4$ a $|x| \le y \}$

11. Určete plošný obsah části paraboloidu $z = 1 - x^2 - y^2$ pro $z \geq 0$.

12. Ověřte vzorec pro velikost povrchu koule (o poloměru R).

13. $\int\limits_{\Omega} \sqrt{x^2+y^2}\, dx\,dy\,dz$, kde $\Omega \subset R^3$ je oblast, ohraničená rovinou $z = 0$ a plochami $x^2+y^2 = 1$ a $z = 4-(x^2+y^2)$.

14. $\int\limits_{\Omega} z\, dx\,dy\,dz$, kde $\Omega = \{[x,y,z];\ \sqrt{x^2+y^2} \leq z \leq 2\}$

15. Ověřte vzorec pro výpočet objemu koule (o poloměru R).

16. Vypočítejte objem tělesa, ohraničeného rovinou $z=0$ a plochou, danou rovnicí $x^2+y^2+z = 4$.

17. $\int\limits_{\Omega} (x^2+y^2)\, dx\,dy\,dz$, kde $\Omega = \{[x,y,z];\ x^2+y^2 \leq 2y,\ 2y \leq z \leq 8y\}$

18. Vypočítejte objem tělesa, ohraničeného plochami o rovnicích $z = x^2+y^2$ a $x^2+y^2+z^2 = 6$.

19. $\int\limits_{\Omega} x^2 z\, dx\,dy\,dz$, kde $\Omega = \{[x,y,z];\ z \geq 0;\ x^2+y^2+z^2 \leq a\}\ (a>0)$

20. $\int\limits_{\Omega} \sqrt{x^2+y^2+z^2}\, dx\,dy\,dz$, kde $\Omega = \{[x,y,z];\ 4 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9\}$